MINISTERE DE L'URBANISME
ET DU LOGEMENT

E.I.T.P.E. 1982

EPREUVE PRATIQUE DE MATHEMATIQUES

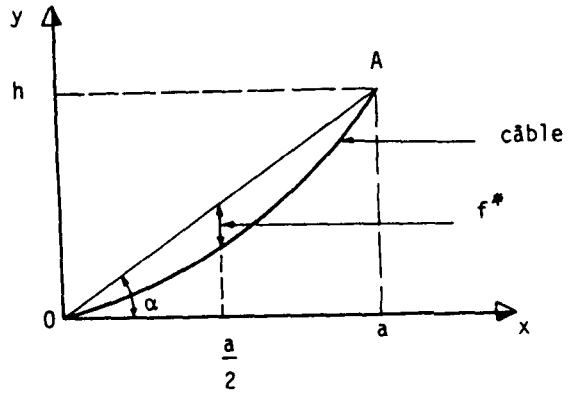
(temps accordé : 2 heures)

PREMIERE PARTIE

Dans un système d'axes (Ox, Oy), on donne l'équation de la "chaînette", courbe d'équilibre d'un câble pesant tendu entre le point O et un point A d'abscisse a :

$$(1) \qquad y = \frac{a}{2d}\left[\operatorname{ch}\left(2d\,\frac{x}{a} + q\right) - \operatorname{ch} q\right]$$

avec $$(2) \qquad d = \frac{pa}{2H}$$



Dans cette équation, q est un paramètre sans dimension, p est le poids linéaire du câble et H la composante horizontale de la tension. (Ces informations ne sont pas nécessaires à la solution du problème posé, qui ne fait intervenir aucun raisonnement mécanique ou physique).

Les paramètres p, a, q et d sont supposés connus.

I - 1) Exprimer, en fonction des seuls paramètres p, a, q et d, les grandeurs suivantes :

a) la composante horizontale de la tension H,

b) la flèche à mi-portée, notée f^*, et définie comme la distance mesurée verticalement entre la corde et la courbe considérée à l'abscisse $\frac{a}{2}$,

c) la longueur s de la courbe entre les points O et A.

I - 2) Application numérique : calculer H, f^* et s avec les données suivantes :

p = 31,1 N/m

a = 1998 m

q = 0,107

$d = \frac{1}{2t}$ où t = 2,149 ("taux de tension").

.../...

DEUXIEME PARTIE

Dans la pratique, d et q ne sont pas directement connus. Par contre, on connaît h, ordonnée du point A, et $\overline{T}$, tension à mi-hauteur.

Dans cette partie, on suppose donc connus les seuls paramètres p, a, h et $\overline{T}$, et donc aussi $L = \sqrt{a^2 + h^2}$ et $\alpha = \text{Arctg}\ (\frac{h}{a})$

Si l'on pose (3) :

$$\bar{d} = \frac{pL}{2\overline{T}}$$

on a, alors, les formules suivantes, que l'on utilisera sans aucune démonstration :

$$(4)\ H = \overline{T}\, E \sqrt{1 - \frac{\bar{d}^2 \sin^2\alpha}{1 - E^2}}$$

$$(5)\ f^* = \frac{L}{2\bar{d}}(1-E)$$

$$(6)\ s = \frac{L}{\bar{d}}\sqrt{1 - E^2}$$

dans lesquelles $(7)\ E = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 - 2\bar{d}^2 K})$.

La fonction K est donnée par un développement limité en $\bar{d}$, ici à l'ordre 4 :

$$(8)\ K = 1 + (\frac{\cos^2\alpha}{3} - \frac{1}{4})\bar{d}^2 + (\frac{\cos^4\alpha}{9} + \frac{\cos^2\alpha}{10} - \frac{1}{8})\bar{d}^4 + O(\bar{d}^6)$$

Nota : dans la pratique, $\bar{d}$ est petit devant 1, et ce d'autant plus que la "chaînette" est proche de la corde.

II - 1) Donner des développements limités en $\bar{d}$, avec une précision (erreur relative) en $O(\bar{d}^6)$ des grandeurs suivantes :

a) la flèche à mi-portée f^*
b) la longueur de la courbe s
c) la composante horizontale de la tension H

Pour cela, on commencera par effectuer un développement limité de E que l'on reportera ensuite dans les formules (4) à (6).

II - 2) Application numérique : p = 31,1 N/m, a = 1998 m, h = 698,037 m,

$\overline{T}$ = 145 153,75 N

II - 2) 1° Calculer les grandeurs H, f^* et s :
a) par application directe des formules (3) à (8),
b) par application des développements limités trouvés en II - 1).

II - 2) 2° Comparer les résultats de ces calculs entre eux et avec ceux de la première partie.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail